

- درس اول : واحد های اندازه گیری زاویه ۱
- یادآوری از مثلثات سال دهم ۱
- واحد های اندازه گیری زاویه و محاسبه ی طول کمان ۲
- درس دوم : روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی ۴
- فرمول های مقدماتی مثلثات ۴
- محاسبه ی نسبت های مثلثاتی زوایای ترکیبی ۵
- درس سوم : توابع مثلثاتی ۱۰
- رسم توابع مثلثاتی و دوره ی تناوب ۱۰

این پک به صورت کامل برای تمام دروس تجربی با یک قیمت حداقلی که تمام افراد توانایی پرداخت آن را دارند منتشر شده بنابراین استفاده رایگان از آن مورد رضایت ما نخواهد بود جهت تهیه روی همین متن قرمز لمس یا کلیک کنید

فصل چهارم : مثلثات

درس اول : واحد های اندازه گیری زاویه یادآوری از مثلثات سال دهم

۱ اگر در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول وتر BC برابر $\sqrt{20}$ و $\sin \hat{B} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ باشد، طول اضلاع AB و AC و سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه B را بدست آورید.

۲ معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه‌ی $(\sqrt{3}, -2)$ گذشته و با جهت مثبت محور x زاویه‌ی 60° می‌سازد.

۳ اگر در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) $\hat{B} = 30^\circ$ و $AC = 3$ باشد، طول ضلع‌های AB و BC را بدست آورید.

۴ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

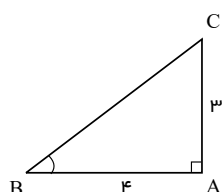
الف) $\sin 60^\circ \times \sin 45^\circ - \cos 60^\circ \times \cos 45^\circ$

ب) $\frac{\cos 30^\circ - \sin 60^\circ}{\tan 60^\circ + \cot 30^\circ}$

پ) $2 \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ + \cos 60^\circ$

ت) $\tan 30^\circ \times \cot 60^\circ - \tan 60^\circ \times \cot 30^\circ$

ث) $4 \sin 30^\circ \times \tan 45^\circ + 2 \cos 30^\circ \times \cot 45^\circ$



۵ در شکل مقابل نسبت‌های مثلثاتی زاویه B را بدست آورید.

۶ اگر $\cot \theta = -\frac{1}{3}$ و $90^\circ < \theta < 180^\circ$ باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی θ را بدست آورید.

۷ اگر $\tan \theta = \frac{1}{2}$ و انتهای کمان روبرو به زاویه θ در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه θ را بدست آورید.

۸ در هر یک از حالت‌های زیر حدود زاویه θ را مشخص کنید.

الف) $\begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \cot \theta > 0 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} \cos \theta < 0 \\ \tan \theta < 0 \end{cases}$

پ) $\begin{cases} \sin \theta > 0 \\ \cos \theta < 0 \end{cases}$

۹ اگر $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ و انتهای کمان روبرو به زاویه θ در ربع چهارم دایره‌ی مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه θ را بدست آورید.

۱۰ اگر در یک مثلث طول دو ضلع ۳ و ۴ و زاویه بین دو ضلع 45° باشد، مساحت مثلث را بدست آورید.

۱۱ اگر در یک مثلث $AB = 4$ و $AC = 5$ و $\hat{A} = 60^\circ$ باشد مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

۱۲ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) حداکثر مقدار تابع $f(x) = \cos x$ برابر با است که در نقاط به طول حاصل می شود.

واحد های اندازه گیری زاویه و محاسبه ی طول کمان

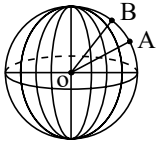
۱۳ مجموع دو زاویه 135° و تفاضل آنها $\frac{\pi}{12}$ رادیان است. هر دو زاویه را بر حسب درجه و رادیان بدست آورید.

۱۴ مجموع اندازه ی سه زاویه $\frac{5\pi}{4}$ رادیان و زاویه ها با عددهای ۲ و ۳ و ۴ متناسب هستند. زاویه ها را بر حسب درجه و رادیان بدست آورید.

۱۵ چند دقیقه طول می کشد تا عقربه ی دقیقه شمار ساعت $\frac{7\pi}{12}$ رادیان دوران کند؟

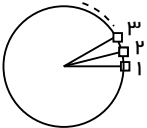
۱۶ کمان ۹- رادیان در کدام ناحیه دایره ی مثلثاتی قرار دارد؟

۱۷ با توجه به شکل زیر، دو شهر A و B دارای طول جغرافیایی یکسان هستند. اگر عرض جغرافیایی شهر A برابر 39° و عرض جغرافیایی شهر B



برابر 44° باشد، فاصله دو شهر را به دست آورید. ($\pi = 3$ شعاع زمین و 6400 km)

۱۸ فرض کنید سوار چرخ و فلکی با ۸۰ کابین شده اید. اگر در ابتدا در کابین شماره ۵ قرار داشته باشید، پس از $\frac{84\pi}{20}$ رادیان دوران، در موقعیت کدام



کابین قرار خواهید داشت؟

۱۹ در فاصله ساعت 10° تا 3° : 10° عقربه های ساعت شمار، دقیقه شمار و ثانیه شمار چه زاوایی بر حسب رادیان طی می کنند؟

۲۰ دایره ای به شعاع 10 سانتی متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول 8 سانتی متر از این دایره چند رادیان است؟

۲۱ زاویه D بر حسب درجه برابر با $\frac{\pi}{20}$ رادیان است. اندازه این زاویه چند درجه است؟

۲۲ هریک از زاویه های $-\frac{\pi}{18}$ رادیان، $-\frac{2\pi}{5}$ رادیان، $\frac{3\pi}{4}$ رادیان، $\frac{7\pi}{8}$ رادیان و $\frac{6\pi}{5}$ رادیان را به درجه تبدیل کنید و به طور تقریبی روی دایره مثلثاتی نشان دهید.

۲۳ هریک از زاویه های 12° ، -36° ، 72° ، 105° و 315° را به رادیان تبدیل کنید.

۲۴ اگر طول کمان دایره ای به زاویه مرکزی $\frac{5\pi}{12}$ رادیان برابر $\frac{25\pi}{6}$ باشد، قطر دایره را بدست آورید.

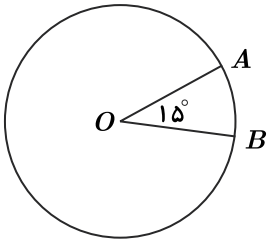
۲۵ چرخ و فلکی دارای 30 کابین است و ما، در کابین شماره ۸ قرار داریم. اگر به اندازه ی $\frac{32\pi}{5}$ رادیان و در جهت مثلثاتی بچرخیم، در موقعیت چه کابینی قرار می گیریم؟

۲۶ اگر در دایره ای به شعاع 3 متر، کمانی به طول $7/85$ متر روبرو به زاویه ی مرکزی α باشد، اندازه ی زاویه ی α چند درجه و چند رادیان است؟

۲۷ اگر دو زاویه از مثلثی $\frac{\pi}{5}$ رادیان و $\frac{2\pi}{5}$ رادیان باشد، نوع مثلث را مشخص کنید.

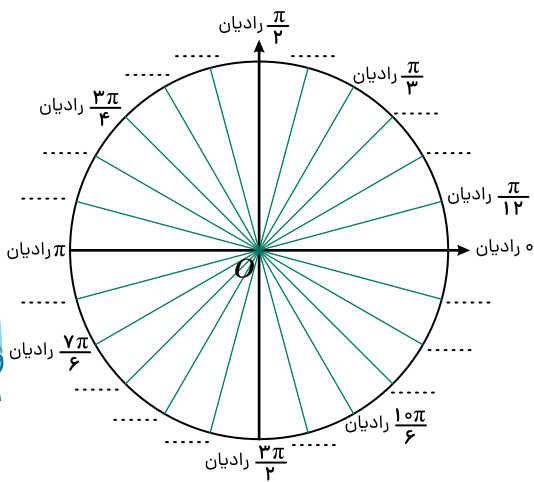
۲۸ در دایره ای به شعاع 5 متر طول کمان روبرو به زاویه ی 120° چند متر است؟

۲۹ دایره‌ای مطابق شکل، روی مسیر دایره‌ای از نقطه A به نقطه B می‌رسد. اگر شعاع دایره برابر ۹ متر باشد آنگاه طول کمان AB چند متر است؟
($\widehat{AOB} = 15^\circ$)



۳۰ دایره‌ای به شعاع ۸ سانتی متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی برابر ۴۵ درجه می‌باشد. طول این کمان چند سانتی متر است؟
۳۱ دوچرخه‌سواری روی یک پیست دایره‌ای شکل به شعاع ۱۰ متر، به اندازه زاویه 120° دوران کرده است. مسافت طی شده توسط این دوچرخه‌سوار چند متر است؟

۳۲ در شکل زیر در هر یک از جاهای خالی زاویه مناسب را برحسب رادیان مشخص کنید.



۳۳ جدول زیر را کامل کنید:

D (درجه)	5°		24°		120°	
R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$		$\frac{2\pi}{5}$		$\frac{5\pi}{4}$

۳۴ هر یک از زاویه‌ها را از درجه به رادیان تبدیل کنید:

$30^\circ \longrightarrow$ $36^\circ \longrightarrow$ $45^\circ \longrightarrow$
 $60^\circ \longrightarrow$ $90^\circ \longrightarrow$ $180^\circ \longrightarrow$

۳۵ اگر در یک چهارضلعی، سه زاویه بصورت $\frac{7\pi}{12}$ رادیان، $\frac{\pi}{3}$ رادیان و $\frac{5\pi}{6}$ رادیان باشند، زاویه‌ی چهارم این چهارضلعی چند رادیان و چند درجه است؟

۳۶ دایره‌ای به شعاع ۶ cm مفروض است. اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی مقابل به کمانی به طول ۱۰ cm چند رادیان و چند درجه است؟

۳۷ ۴ رادیان معادل چند درجه است؟

۳۸ اگر اندازه‌ی دو زاویه از مثلثی $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{4}$ رادیان باشد، زاویه‌ی سوم این مثلث چند رادیان و چند درجه است؟

۳۹ درستی یا نادرستی هریک از جملات زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.

الف اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی‌الساقینی ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث کوچک‌تر از اندازه هریک از ساق‌های آن است.

ب در دایره‌ای به شعاع ۱ سانتی متر طول کمان روبه‌روی زاویه π رادیان تقریباً برابر با ۳٫۱۴ سانتی متر است.

پ انتهای کمان زاویه $\frac{6\pi}{5}$ رادیان در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

ت زاویه‌های $\frac{2\pi}{3}$ رادیان، $\frac{\pi}{9}$ رادیان، $\frac{7\pi}{36}$ رادیان، زوایای یک مثلث را تشکیل می‌دهند.

۴۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف طول کمان روبه‌رو به زاویه 210° درجه در دایره‌ای به شعاع ۶ برابر با است.

۴۱ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف مکمل زاویه 25° برابر می‌باشد.

۴۲ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف انتهای کمان روبه‌رو به زاویه $\frac{6\pi}{5}$ رادیان در ربع سوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

۴۳ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف انتهای کمان زاویهٔ ۶ رادیان در ربع دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

درس دوم : روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی

۴۴ اگر $x = \frac{2}{\sin \alpha}$ و $y = 3 \cot \alpha$ باشد، رابطه‌ای بین x و y بدست آورید.

۴۵ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف $(\sin 60^\circ - \sin 45^\circ)(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$

ب) $\frac{\cot^2 \frac{\pi}{3} - \cot^2 \frac{\pi}{6}}{\sin^2 \frac{7\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{12}}$

پ) $\frac{\cot \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{6}}$

ت) $(\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{6})(3\cos^2 \frac{\pi}{4} + 2\cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{6})$

ث) $\frac{\sin^2(\frac{\pi}{3}) + \tan^2(\frac{\pi}{3})}{\sin^2(\frac{\pi}{4}) + \tan^2(\frac{\pi}{6})} - 3\sin^2 \frac{7\pi}{15} - 3\cos^2 \frac{7\pi}{15}$

۴۶ اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و انتهای زاویه‌ی θ در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ را بدست آورید.

۴۷ اگر $\sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم باشد، آنگاه $\tan \theta$ چقدر است؟

۴۸ اگر $\tan x = -\frac{1}{2}$ و $\cos x < 0$ باشد، مقدار $\sin x$ را به دست آورید.

۴۹ اگر $\tan \theta = 4$ باشد، مقدار $\frac{3 \sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$ را بدست آورید.

۵۰ اگر $\tan \theta = -2$ و $\sin \theta < 0$ باشد، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را بدست آورید.

۵۱ اگر $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ و $\cos \alpha < 0$ باشد، نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی α را بدست آورید.

۵۲ جدول زیر را کامل کنید.

زاویه α نسبت	0° رادیان 0	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$ رادیان	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$ رادیان	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$ رادیان	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$ رادیان	$180^\circ = \pi$ رادیان	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$ رادیان	$360^\circ = 2\pi$ رادیان
$\sin \alpha$		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$			-1	0
$\cos \alpha$	1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$			-1		
$\tan \alpha$					تعریف نشده		تعریف نشده	
$\cot \alpha$			1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$				

۵۳ اگر $\cos x = -\frac{4}{5}$ و $\sin x > 0$ ، نسبت های مثلثاتی دیگر زاویه x را بیابید.

۵۴ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف

$$\cot \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{3} \times \sin \frac{\pi}{4} =$$

ب

$$\frac{\tan^2(\frac{\pi}{6}) + \sin^2(\frac{\pi}{4})}{\cot^2(\frac{\pi}{4}) - \cos^2(\frac{\pi}{3})} + \cos^2 75^\circ + \sin^2 75^\circ =$$

محاسبه ی نسبت های مثلثاتی زوایای ترکیبی

۵۵ اگر $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = 0.8$ باشد حاصل عبارت $\sin(\frac{5\pi}{4} - \alpha) + \cos(\frac{7\pi}{4} - \alpha) + 3 \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ را بدست آورید.

۵۶ اگر $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\sin(7\pi + \alpha) + \cos(\alpha - \frac{7\pi}{2})} = \frac{1}{6}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ را بدست آورید.

۵۷ مقدار عبارت $\sin(\frac{-179\pi}{6}) + \cos(\frac{-179\pi}{6})$ را بدست آورید.

۵۸ معادله زیر به ازای چه مقداری از k برقرار است؟

$$(\sqrt{3}k \tan \frac{\pi}{6})^2 + 32(\frac{k}{3} \sin \frac{\pi}{6} \times \cos^2 \frac{\pi}{6}) + 3(\tan^2 \frac{\pi}{3} \times \cot^2 \frac{\pi}{3}) = 0$$

۵۹ اگر $\frac{\sin(\frac{11\pi}{2} + \alpha) + 2 \cos(5\pi - \alpha)}{2 \cos(\frac{7\pi}{2} + \alpha) - 3 \sin(17\pi + \alpha)} = \frac{1}{10}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ را بدست آورید.

۶۰ از تساوی $2 = \frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) + \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$ ، مقدار $\tan \alpha$ را بدست آورید.

۶۱ اگر $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ و انتهای کمان x در ناحیه ی سوم دایره ی مثلثاتی باشد، مقدار $\tan(\frac{3\pi}{2} - x)$ را بدست آورید.

۶۲ اگر $\tan 20^\circ = 0.36$ باشد حاصل $\frac{\sin 160^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$ را بدست آورید.

۶۳ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

ب) $\sin(-45^\circ) \times \tan(-60^\circ) - \cos(-60^\circ) \times \cot(-30^\circ)$

پ) $\frac{\tan(-45^\circ) + 2 \sin(-27^\circ)}{\cos(-36^\circ) - \cot(-45^\circ)}$

ت) $\frac{\sin \frac{5\pi}{6} + 2 \cos 12^\circ}{\tan \frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} \cos 135^\circ}$

ث) $\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}$

ج) $\frac{\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \times \cot 225^\circ - 3 \cos 24^\circ \times \tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)}{\tan^2\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right)}$

۶۴ هر یک از زوایای زیر را به صورت تقریبی روی دایره مثلثاتی نشان دهید و علامت نسبت‌های مثلثاتی مربوط به هر کدام را تعیین کنید.

الف

$$\alpha = \frac{-7\pi}{3}$$

ب

$$\beta = \frac{7\pi}{8}$$

۶۵ جدول زیر را کامل کنید.

زاویه x	12°	135°	150°	210°	225°	240°	300°	330°
نسبت								
$\sin x$								
$\cos x$								
$\tan x$								
$\cot x$								

۶۶ در تساوی‌های زیر به جای x یک زاویه مناسب قرار دهید:

$$\sin x = \cos(2^\circ + x)$$

۶۷ بدون استفاده از ماشین حساب درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $\sin 84^\circ = \sin 6^\circ$

ب) $\cos(-324^\circ) = \cos 36^\circ$

پ) $\tan(-1000^\circ) = \tan 8^\circ$

ت) $\sin 875^\circ = \sin 155^\circ$

۶۸ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف)
$$\frac{3 \sin 150^\circ - \sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{6} + \cos 300^\circ}{\cot(-135^\circ) - \sqrt{3} \tan \frac{5^\circ}{6}}$$

ب)
$$\frac{2 \sin \frac{7\pi}{6} \times \tan \frac{5\pi}{6} - \cos \frac{5\pi}{6} \tan \frac{5\pi}{3}}{\cos^2(\frac{7\pi}{6}) + \cot^2(\frac{4\pi}{3})}$$

پ)
$$2 \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + 7 \sin(\pi - \alpha) - 3 \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$$

ت)
$$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cot(\pi - \alpha) + 3 \cos(\pi + \alpha) + \tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$$

ث)
$$\sqrt{3} \cot \frac{7\pi}{3} + 2 \sin \frac{20\pi}{3} + 2 \cos \frac{5\pi}{3} \times \tan \frac{50\pi}{3}$$

ج)
$$\frac{\tan 120^\circ \cos 210^\circ - \sin 225^\circ \cos 315^\circ}{\cot 135^\circ \sin 330^\circ - \cos 240^\circ \tan 225^\circ}$$

چ)
$$3 \tan \frac{29\pi}{6} - \sin \frac{39\pi}{4} + \cos \frac{27\pi}{4} - \cot \frac{34\pi}{3}$$

ح)
$$5 \sin^2(\frac{7\pi}{4}) + 2 \tan^2(\frac{4\pi}{3}) + 3 \cos(\frac{8\pi}{3}) - \cot^2(\frac{7\pi}{6})$$

۶۹ اگر $\tan 15^\circ = 0.28$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ را بدست آورید.

۷۰ اگر $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه‌ی چهارم دایره‌ی مثلثاتی باشد، مقدار $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ را بدست آورید.

۷۱ حاصل عبارت $\sin(\pi - x) + \cos(\frac{3\pi}{2} + x) + \sin(\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x)$ را بدست آورید.

۷۲ اگر $\tan \theta = 0.2$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ را بدست آورید.

۷۳ حاصل هریک از عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف

$\tan 135^\circ + \cot 120^\circ$

ب

$\cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ)$

پ

$\sin 630^\circ + \tan(-540^\circ)$

ت

$\cos(-720^\circ) + \cot(-600^\circ) + \tan(720^\circ) - \tan(-600^\circ)$

ث

$\sin(\frac{25\pi}{3}) - \cos(\frac{23\pi}{4})$

ج

$$\frac{\sin \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6}}{\sin(-\frac{3\pi}{4}) + \tan(-\frac{4\pi}{3})}$$

۷۴ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$A = \tan^2 \frac{\pi}{6} - \tan^2 \frac{\pi}{3} + \cot^2 \frac{\pi}{6} + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2}}{\cos \pi}$$

ب

$$B = \frac{\sin^4 \frac{\pi}{4} - \cos^4 \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6}}$$

۷۵ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$A = \tan\left(\frac{8\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \sin(66^\circ) \cot(-30^\circ)$$

۷۶ مقدار عبارت زیر را به دست آورید.

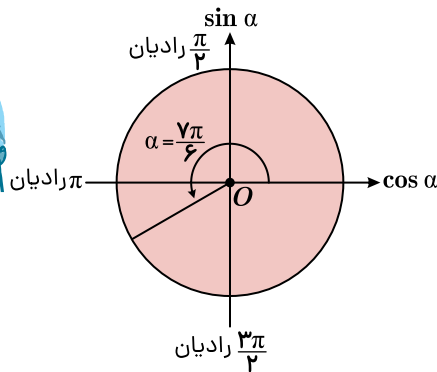
$$2 \sin \frac{5\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6} + 2 \cos \frac{7\pi}{4}$$

۷۷ در تساوی $\sin x = \cos(2^\circ + x)$ مقدار x چند درجه است؟

۷۸ نسبت‌های مثلثاتی زاویه 135° را به دو روش به دست آورید.

۷۹ سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\frac{7\pi}{6}$ رادیان را مطابق نمونه مشخص کنید.

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$



۸۰ اگر $a \in (0, \frac{\pi}{2})$ و $\sin(\frac{\pi}{2} + a) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{7\pi}{2} - a)$ را به دست آورید.

۸۱ حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$\cot\left(\frac{-\pi}{3}\right) \times \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) =$$

ب

$$\frac{\cos(-90^\circ) + \sin(-270^\circ)}{\sin(-180^\circ) - \cos(-360^\circ)} =$$

پ

$$\cot\left(\frac{-\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{-\pi}{3}\right) =$$

ت

$$\cos(-45^\circ) \times \cos(-60^\circ) + \sin(-45^\circ) \times \sin(-60^\circ) =$$

۸۲ مکمل هر یک از زاویه‌های زیر را مشخص کنید:

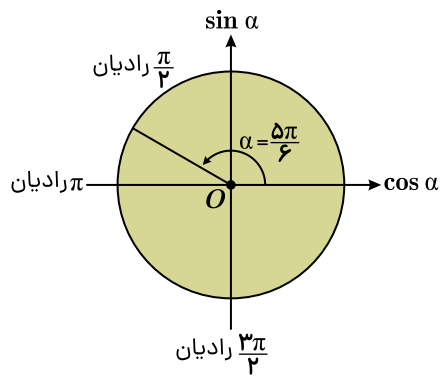
الف

75°

$$-25^\circ$$

$$\frac{\pi}{12} \text{ رادیان}$$

$$\frac{-\pi}{4} \text{ رادیان}$$



۸۳ نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\frac{5\pi}{6}$ رادیان را به دست آورید.

$$\sin \frac{5\pi}{6} =$$

$$\cos \frac{5\pi}{6} =$$

$$\tan \frac{5\pi}{6} =$$

$$\cot \frac{5\pi}{6} =$$

$$\sin 75^\circ =$$

$$\tan(-315^\circ) =$$

$$\cos 300^\circ =$$

$$\sin 42^\circ =$$

$$\tan(-225^\circ) =$$

$$\cot(-330^\circ) =$$

۸۴ هر یک از نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های زیر را با رسم شکل مشخص کنید.

ج

$$\sin \frac{11\pi}{4} =$$

ح

$$\cos\left(\frac{-7\pi}{4}\right) =$$

۸۵ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف حاصل $\tan 37^\circ$ ، مقداری منفی است.

۸۶ مقدار عددی عبارت‌های زیر را بیابید.

الف $A = \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

ب $B = \tan(60^\circ) + 2 \cos(24^\circ)$

۸۷ حاصل عبارت $\sin 21^\circ + \tan 12^\circ + \cos \frac{3\pi}{4}$ را به دست آورید.

۸۸ حاصل عبارت $\sin 39^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4}$ را به دست آورید.

۸۹ حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه را بنویسید.)

$$\cos(-39^\circ) + \tan(60^\circ) - \sin(33^\circ) =$$

۹۰ حاصل عبارت مقابل را بیابید:

$$A = \sin 12^\circ - \cos 15^\circ$$

۹۱ حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه را بنویسید.)

$$\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) =$$

درس سوم: توابع مثلثاتی رسم توابع مثلثاتی و دوره ی تناوب

۹۲ بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = -2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + 3$ را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ را بدست آورید.

۹۳ بُرد هر یک از توابع زیر را در دامنه‌ی داده شده بدست آورید.

الف $y = 3 \sin x - 1 \quad [0, 2\pi]$

ب $f(x) = 2 - 4 \cos x \quad [0, 2\pi]$

پ $h(x) = 3 \sin^2 x - 2 \quad [0, 2\pi]$

ت $y = 1 - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \quad [0, 2\pi]$

۹۴ آیا نمودار هر جفت از توابع با ضابطه‌های زیر بر هم منطبق هستند یا خیر؟

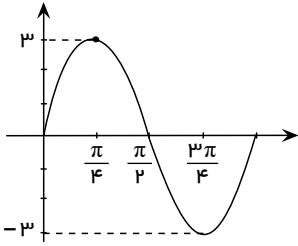
الف $y_1 = \sin(4\pi - x)$, $y_2 = \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

ب $y_1 = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$, $y_2 = \cos(\pi - x)$

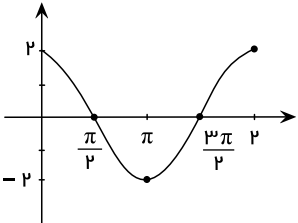
پ $y_1 = \sin(\pi - x)$, $y_2 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

۹۵ معادله توابع مثلثاتی را که منحنی‌های آن‌ها داده شده است، تعیین کنید.

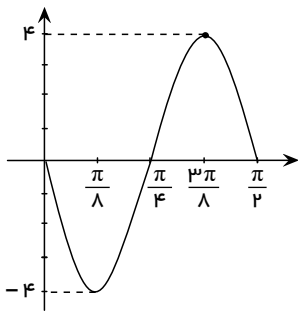
الف



ب

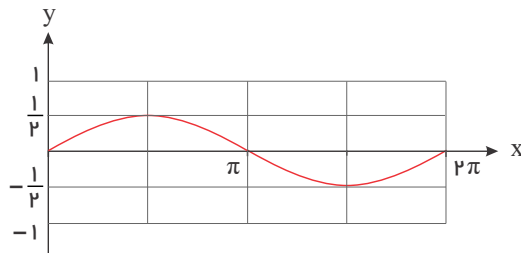


پ

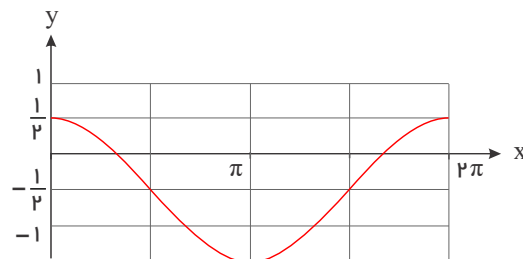


۹۶ با ذکر دلیل مشخص کنید کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست‌اند؟

الف) شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{1}{3} \sin x$ را نشان می‌دهد.



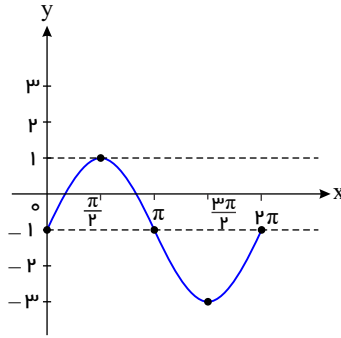
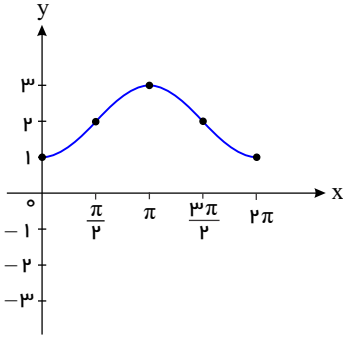
ب) شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $y = \cos x - \frac{1}{3}$ را نشان می‌دهد.



پ) برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + \sin x$ کافی است نمودار تابع سینوس را به اندازه یک واحد به موازات محور x انتقال دهیم.

ت) برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = -\cos x$ کافی است نمودار تابع کسینوس را نسبت به محور x قرینه کنیم.

۹۷ با توجه به نمودار توابع سینوس و کسینوس، مشخص کنید هریک از دو نمودار زیر کدام یک از ضابطه‌های داده شده را دارند؟ نمودار تابع با سایر ضابطه‌ها را نیز رسم کنید.



الف) $y = 2 \cos x + 1$

ب) $y = 2 \sin x - 1$

پ) $y = 2 - \cos x$

ت) $y = \sin x - 2$

۹۸ نمودار توابع زیر را به کمک نقطه‌یابی رسم کنید.

الف

$$y = \frac{1}{2} \sin(\pi - 2x) + \frac{3}{2}; x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

ب

$$y = 3 \cos\left(\frac{\pi x - \pi}{2}\right) + 1; x \in [1, 5]$$

۹۹

نمودار تابع $y = 1 - \sin x$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۱۰۰ نمودار تابع زیر را در دستگاه مختصات در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

$$y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

۱۰۱ نمودار تابع $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

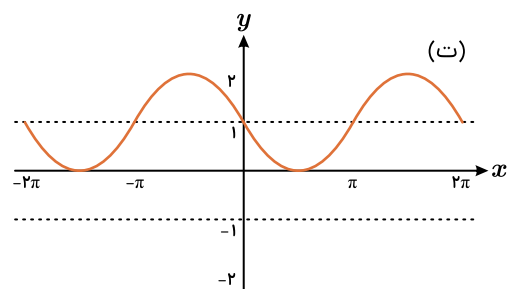
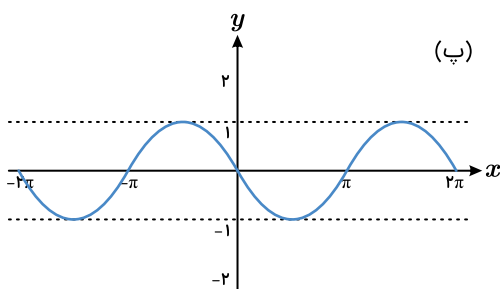
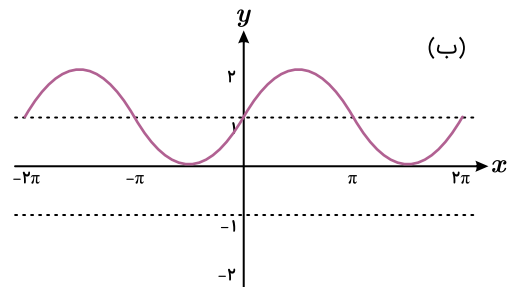
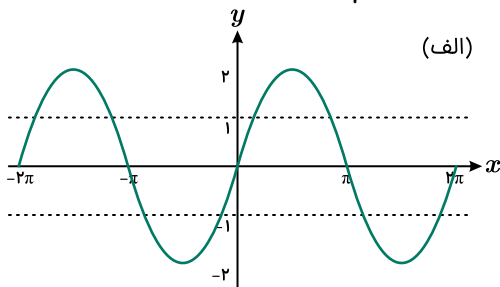
۱۰۲ هر یک از توابع با ضابطه‌های داده‌شده دارای کدام نمودار است؟

۱) $y = 2 \sin x$

۲) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

۳) $y = \sin x + 1$

۴) $y = -\sin x + 1$



۱۰۳) نمودار تابع $y = 2 \sin x - 1$ بر نمودار کدام یک از توابع زیر منطبق است؟ (با ذکر دلیل)

الف) $y = 2 \cos(\frac{5\pi}{2} + x) - 1$ ب) $y = -2 \cos(\frac{3\pi}{2} - x) - 1$

۱۰۴) آیا نمودار هر جفت از توابع با ضابطه‌های زیر بر هم منطبق هستند یا خیر؟

الف

$y = \sin x$, $y = \cos(x - \frac{\pi}{2})$

ب

$y = \cos x$, $y = \sin(\frac{\pi}{2} + x)$

پ

$y = \cos x$, $y = \cos(2\pi - x)$

ت

$y = \sin x$, $y = \sin(5\pi - x)$

۱۰۵) نمودار هریک از توابع با ضابطه‌های زیر را در دستگاه مختصات در بازه‌های داده شده رسم کنید.

الف

$y = \frac{1}{2} \sin x$, $[0, 2\pi]$

ب

$y = 2 \cos x + 1$, $[-2\pi, 2\pi]$

پ

$y = 1 - \sin x$, $[-2\pi, 2\pi]$

ت

$y = -1 + \cos x$, $[-4\pi, 4\pi]$

ث

$y = 1 + \sin(x + \frac{\pi}{4})$, $[0, 2\pi]$

ج

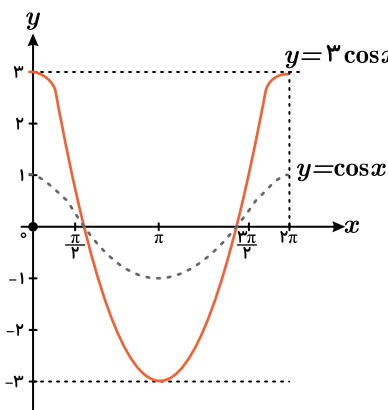
$y = \cos(x - \frac{\pi}{2})$, $[2\pi, 4\pi]$

۱۰۶) در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف) حداکثر مقدار تابع کسینوس برابر است.

۱۰۷) هر یک از توابع با ضابطه‌های داده شده را در بازه $[0, 2\pi]$ با استفاده از نمودار تابع کسینوس

رسم کنید.



الف

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

ب

$$y = \cos x - 1$$

پ

$$y = 1 - \frac{1}{2}\cos x$$

ت

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

۱۰۸ درست و نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) نمودار تابع $f(x) = \cos\left(\frac{19\pi}{2} + x\right)$ بر نمودار تابع $g(x) = \sin x$ منطبق است.

۱۰۹ نمودار تابع $y = \cos x - 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۱۱۰ نمودار تابع $y = \sin x + 1$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.

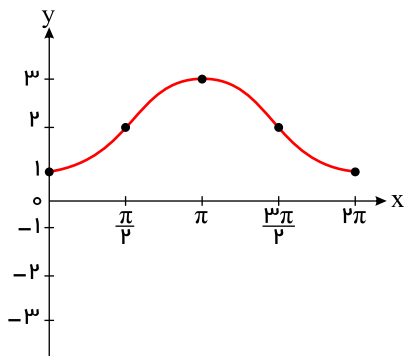
۱۱۱ الف) نمودار تابع $y = 2\sin x - 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

ب) برد تابع را به صورت بازه بنویسید.

۱۱۲ نمودار تابع $y = -\sin x + 1$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید و مقدار ماکسیمم و مینیمم نمودار را تعیین کنید.

۱۱۳ نمودار رسم شده، مربوط به کدام ضابطه است؟ نمودار ضابطه دیگر را در بازه $[0, 2\pi]$ بنویسید.

الف: $y = 2\cos x + 1$ ب: $y = 2 - \cos x$



پاسخنامه تشریحی

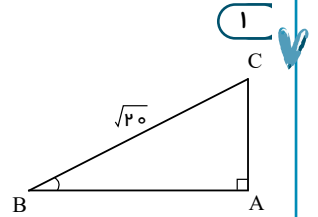
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{AC}{\sqrt{20}} \rightarrow AC = \frac{\sqrt{20} \times \sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{100}}{5} = \frac{10}{5}$$

$$\rightarrow \boxed{AC = 2}, BC^2 = AC^2 + AB^2 \rightarrow (\sqrt{20})^2 = 2^2 + AB^2$$

$$\rightarrow 20 = 4 + AB^2 \rightarrow AB^2 = 16 \rightarrow \boxed{AB = 4}$$

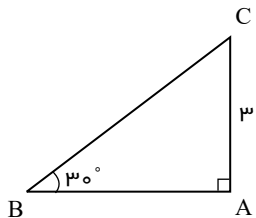
$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} \rightarrow \cos \hat{B} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \rightarrow \boxed{\cos \hat{B} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \boxed{\tan \hat{B} = \frac{1}{2}}, \cot \hat{B} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \boxed{\cot \hat{B} = 2}$$



$$y = ax + b \rightarrow a = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \rightarrow y = \sqrt{3}x + b \xrightarrow{(\sqrt{3}, -2)}$$

$$-2 = \sqrt{3}(\sqrt{3}) + b \rightarrow -2 = 3 + b \rightarrow b = -5 \rightarrow y = \sqrt{3}x - 5$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \sin 30^\circ = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{BC} \rightarrow \boxed{BC = 6}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AB}{BC} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{6} \rightarrow \boxed{AB = 3\sqrt{3}}$$

$$\text{الف) } \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\text{ب) } \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} = \frac{0}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{پ) } 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ت) } \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = \frac{1}{3} - 3 = \frac{-8}{3}$$

$$\text{ث) } 4 \times \frac{1}{2} \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = 2 + \sqrt{3}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow BC^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow BC^2 = 16 + 9$$

$$\rightarrow BC^2 = 25 \rightarrow \boxed{BC = 5}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \boxed{\sin \hat{B} = \frac{3}{5}}, \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \rightarrow \boxed{\cos \hat{B} = \frac{4}{5}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \boxed{\tan \hat{B} = \frac{3}{4}}, \quad \cot \hat{B} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \boxed{\cot \hat{B} = \frac{4}{3}}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ \rightarrow$ در ربع دوم قرار دارد

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{-\frac{4}{3}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = -\frac{3}{4}}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \rightarrow 1 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$\rightarrow \frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{9}{25} \rightarrow \boxed{\sin \theta = \frac{3}{5}}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + (-\frac{3}{4})^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{25} \rightarrow \boxed{\cos \theta = -\frac{1}{5}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{\cot \theta = 2}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\rightarrow \cos^2 \theta = \frac{4}{5} \rightarrow \boxed{\cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \rightarrow 1 + 2^2 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \rightarrow 5 = \frac{1}{\sin^2 \theta} \rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}}$$

الف $\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta < 0 \rightarrow \theta = \text{ربع ۳ یا ربع ۴} \\ \cot \theta > 0 \rightarrow \theta = \text{ربع ۱ یا ربع ۳} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \theta \text{ در ربع ۳ قرار دارد}$

ب $\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta < 0 \rightarrow \theta = \text{ربع ۲ یا ربع ۳} \\ \tan \theta < 0 \rightarrow \theta = \text{ربع ۲ یا ربع ۴} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \theta \text{ در ربع ۲ قرار دارد}$

پ $\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta > 0 \rightarrow \theta = \text{ربع ۱ یا ربع ۲} \\ \cos \theta < 0 \rightarrow \theta = \text{ربع ۲ یا ربع ۳} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \theta \text{ در ربع ۲ قرار دارد}$

$$\sin \theta = -\frac{3}{5} \rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25}$$

$$\rightarrow \boxed{\cos \theta = +\frac{4}{5}}, \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = -\frac{3}{4}}$$

$$, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} \rightarrow \boxed{\cot \theta = -\frac{4}{3}}$$

۶

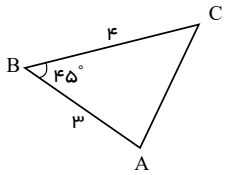
۷

۸

۹

۱۰

$$a = 4, c = 3, \hat{B} = 45^\circ \rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\rightarrow S_{\Delta ABC} = 3\sqrt{2}$$

۱۱

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow S_{\Delta ABC} = 5\sqrt{3}$$

۱۲

الف ۱

$$x = 2k\pi$$

۱۳

$$D = \frac{\pi}{12} \times 180^\circ \rightarrow D = \frac{180^\circ}{12} \rightarrow D = 15^\circ$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 135^\circ \\ \alpha - \beta = 15^\circ \end{cases} +$$

$$2\alpha = 150^\circ \rightarrow \alpha = 75^\circ \rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{12} \text{ رادیان}$$

$$\beta = 60^\circ \rightarrow \beta = \frac{\pi}{3} \text{ رادیان}$$

۱۴

$$\begin{cases} \alpha = 2x, \beta = 3x, \gamma = 4x \\ \alpha + \beta + \gamma = \frac{5\pi}{4} \rightarrow 2x + 3x + 4x = \frac{5\pi}{4} \rightarrow 9x = \frac{5\pi}{4} \rightarrow x = \frac{5\pi}{36} \end{cases}$$

$$\rightarrow \alpha = 2x = 2 \times \frac{5\pi}{36} \rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{18} \text{ رادیان}, \alpha = 50^\circ$$

$$\rightarrow \beta = 3x = 3 \times \frac{5\pi}{36} \rightarrow \beta = \frac{5\pi}{12} \text{ رادیان}, \beta = 75^\circ$$

$$\rightarrow \gamma = 4x = 4 \times \frac{5\pi}{36} \rightarrow \gamma = \frac{5\pi}{9} \text{ رادیان}, \gamma = 100^\circ$$

۱۵ عقربه‌ی دقیقه‌شمار ساعت در ۶۰ دقیقه یک دور کامل دایره (۲π رادیان) دوران می‌کند، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{t}{60} = \frac{\frac{7\pi}{12}}{2\pi} \rightarrow \frac{t}{60} = \frac{7}{24} \rightarrow t = 17,5 \text{ دقیقه}$$

۱۶

$$\pi \simeq 3,14 \rightarrow -3\pi \simeq -9,42 \rightarrow -3\pi < -9 < -\frac{5\pi}{2}$$

$$\rightarrow -2\pi - \pi < -9 < -2\pi - \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{کمان } -9 \text{ رادیان در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار می‌گیرد}$$

۱۷

$$\text{اختلاف زاویه دو شهر} = 44^\circ - 39^\circ = 5^\circ$$

$$\text{فاصله دو شهر} = \frac{\text{اختلاف زاویه دو شهر}}{360^\circ} \times 2\pi r = \left(\frac{5^\circ}{360^\circ}\right) \times 2 \times 3 \times 6400 = 533,3 \text{ km}$$

۱۸ فاصله هر دو کابین متوالی برحسب رادیان برابر است با:

$$\frac{\text{زاویه کل دایره برحسب رادیان}}{\text{تعداد کابین}} = \frac{2\pi}{80} = \frac{\pi}{40}$$

فرض کنید کابین ۱، $\frac{84\pi}{20}$ دوران کند، داریم:

$$\frac{84\pi}{20} = \frac{80\pi + 4\pi}{20} = 4\pi + \frac{4\pi}{20} = 4\pi + \frac{4\pi \times 2}{20 \times 2} = 4\pi + 8 \times \frac{\pi}{40}$$

یعنی کابین ۱ در موقعیت کابین ۸ قرار می گیرد.

بنابراین کابین ۵ در موقعیت کابین $13 = 8 + 5$ قرار می گیرد.

۱۹ عقربه ساعت شمار با گذشت یک ساعت 30° درجه $(\frac{\pi}{6})$ رادیان می پیماید. پس با گذشت نیم ساعت $\frac{1}{2}(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{12}$ رادیان طی می کند. عقربه دقیقه شمار

هر ۵ دقیقه 30° درجه می پیماید. پس با گذشت نیم ساعت (30°) دقیقه، $\pi = \frac{\pi}{6} \times 6$ رادیان طی می کند. عقربه ثانیه شمار نیز هر دقیقه 360° درجه (2π) رادیان

طی می کند. پس با گذشت ۳ دقیقه، $60\pi = 2\pi \times 30$ رادیان طی می کند.

۲۰

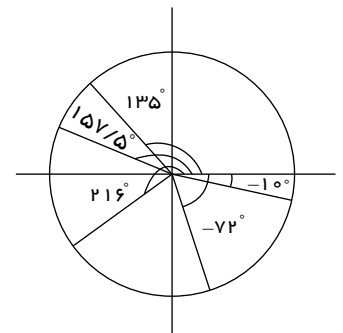
$$r = 10 \text{ cm} \quad \ell = 8 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{\ell}{r} = \frac{8}{10} \rightarrow \boxed{\alpha = 0.8 \text{ رادیان}}$$

۲۱

$$D = \frac{\frac{\pi}{20}}{\pi} \times 180^\circ = 9^\circ \rightarrow \frac{\pi}{20} = 9^\circ$$

۲۲



$$D = \frac{-\frac{\pi}{18}}{\pi} \times 180^\circ = -10^\circ \rightarrow -\frac{\pi}{18} = -10^\circ$$

$$D = \frac{-\frac{2\pi}{5}}{\pi} \times 180^\circ = -72^\circ \rightarrow -\frac{2\pi}{5} = -72^\circ$$

$$D = \frac{\frac{3\pi}{4}}{\pi} \times 180^\circ = 135^\circ \rightarrow \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

$$D = \frac{\frac{7\pi}{8}}{\pi} \times 180^\circ = 157.5^\circ \rightarrow \frac{7\pi}{8} = 157.5^\circ$$

$$D = \frac{\frac{6\pi}{5}}{\pi} \times 180^\circ = 216^\circ \rightarrow \frac{6\pi}{5} = 216^\circ$$

۲۳

$$R = \frac{-12^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{-\pi}{15} \rightarrow -12^\circ = -\frac{\pi}{15} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{36^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{\pi}{5} \rightarrow 36^\circ = \frac{\pi}{5} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{72^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{2\pi}{5} \rightarrow 72^\circ = \frac{2\pi}{5} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{-10.5^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{-7\pi}{12} \rightarrow -10.5^\circ = -\frac{7\pi}{12} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{315^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{7\pi}{4} \rightarrow 315^\circ = \frac{7\pi}{4} \text{ رادیان}$$

۲۴

$$r = 10$$

$d = ۲۰$ قطر دایره

$$\theta = \frac{\Psi\Pi}{\Delta} = \frac{\Psi_{\circ}\Pi}{\Delta} + \frac{\Psi\Pi}{\Delta} \rightarrow \theta = \mathfrak{F}\Pi + \frac{\Psi\Pi}{\Delta} \rightarrow \theta = \frac{\Psi\Pi}{\Delta}$$

$$\theta = n\alpha \rightarrow \frac{2\pi}{5} = n \times \frac{\pi}{15} \rightarrow n = 6$$

٢٥

٢٤

۲۷

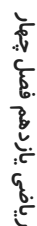
28

۲۹

31

۳۲

$$\theta = \frac{l}{r} \rightarrow \frac{r\pi}{r} = \frac{l}{1.0} \rightarrow l = \frac{r \cdot \pi}{r}$$



D (درجه)	5°	$25,7 \approx 26^\circ$	24°	72°	120°	225°
R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$	$\frac{2\pi}{15}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$

$$30^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان } \frac{\pi}{180}} \text{رادیان } \frac{\pi}{6}$$

$$36^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان } \frac{\pi}{180}} \text{رادیان } \frac{\pi}{5}$$

$$45^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان } \frac{\pi}{180}} \text{رادیان } \frac{\pi}{4}$$

$$60^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان } \frac{\pi}{180}} \text{رادیان } \frac{\pi}{3}$$

$$90^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان } \frac{\pi}{180}} \text{رادیان } \frac{\pi}{2}$$

$$180^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان } \frac{\pi}{180}} \pi \text{ رادیان}$$

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی} = 360^\circ \rightarrow \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{6} + x = 2\pi$$

$$\rightarrow \frac{7\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} + \frac{10\pi}{12} + x = \frac{24\pi}{12} \rightarrow x = \frac{24\pi}{12} - \frac{21\pi}{12} \rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{4} \text{ رادیان}} \text{ یا } \boxed{x = 45^\circ}$$

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{1^\circ}{6} \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{5}{3} \text{ rad}}$$

$$D = \frac{5}{3} \times 180^\circ \rightarrow D = \frac{300^\circ}{\pi} \rightarrow \boxed{D \approx 95,5^\circ}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{4}{3,14} \rightarrow \boxed{D \approx 229,3^\circ}$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + x = \pi \rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{12\pi - 4\pi - 3\pi}{12}$$

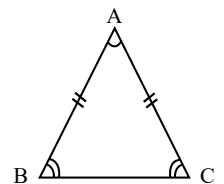
$$\rightarrow \boxed{x = \frac{5\pi}{12} \text{ رادیان}} \quad \frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{\frac{5\pi}{12}}{\pi} \rightarrow \boxed{D = 75^\circ}$$

$$\hat{A} = 1 \text{ rad} , \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi , \hat{B} = \hat{C}$$

$$\rightarrow 1 + \hat{B} + \hat{C} = \pi \rightarrow \hat{B} + \hat{C} = \pi - 1$$

$$\rightarrow \hat{B} + \hat{C} = \frac{\pi - 1}{2} \approx 1,07 \text{ rad}$$

$$\hat{B} + \hat{C} > \hat{A} \rightarrow AC = AB > BC \rightarrow \text{گزاره درست است}$$



$$r = 1 \text{ cm} , \alpha = \pi \text{ rad} , l \approx 3,14 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{l}{r} \rightarrow l = \alpha \cdot r = \pi \times 1 \approx 3,14 \text{ cm} \rightarrow \text{گزاره درست است}$$

$$D = \frac{6\pi}{\pi} \times 180^\circ \rightarrow D = 216^\circ \rightarrow \text{گزاره نادرست است} \rightarrow \text{انتهای کمان} \rightarrow 216^\circ \text{ در ربع سوم قرار دارد}$$

$$\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{9} + \frac{7\pi}{36} = \frac{24\pi}{36} + \frac{4\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = \frac{35\pi}{36} \neq \pi$$

$$7\pi$$

$$205^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{2}{\sin \alpha} \rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{x} \\ y &= 3 \cot \alpha \rightarrow \cot \alpha = \frac{y}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \rightarrow 1 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{2}{x}\right)^2}$$

$$\rightarrow 1 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \rightarrow 1 + \frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{4} \quad \text{یا} \quad \boxed{\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1}$$

$$\text{الف)} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ب)} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - (\sqrt{3})^2}{1} = \frac{3}{9} - 3 = \frac{1}{3} - 3 = -\frac{8}{3}$$

$$\text{پ)} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ت)} \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{ث)} \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (\sqrt{3})^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - 3\left(\sin^2 \frac{7\pi}{15} + \cos^2 \frac{7\pi}{15}\right) = \frac{\frac{3}{4} + 3}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} - 3(1) = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{5}{4}} - 3 = \frac{15}{5} - 3 = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \boxed{\cos \theta = -\frac{4}{5}}$$

$$\rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = -\frac{3}{4}}$$

گزاره نادرست است.

۴۰

الف

۴۱

الف

۴۲

درست الف

۴۳

چهارم الف

۴۴

۴۵

۴۶

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1 + \frac{9}{16}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{16}{16} + \frac{9}{16}}{\frac{16}{16} - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{25}{16}}{\frac{7}{16}} \rightarrow \boxed{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{25}{7}}$$

۴۷

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 - \frac{5}{25} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{20}{25} \rightarrow \boxed{\cos \theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{2\sqrt{5}}{5}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = \frac{1}{2}}$$

۴۸

$$\tan x = -\frac{1}{2}, \quad \cos x < 0 \rightarrow 90^\circ < x < 180^\circ \quad \text{یا} \quad x = \text{ناحیه دوم}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{\cot x = -2}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow 1 + (-2)^2 = \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow 5 = \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{یا} \quad \boxed{\sin x = \frac{\sqrt{5}}{5}}$$

۴۹

$$\frac{3 \sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \frac{\frac{3 \sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\cos \theta}} = \frac{3 \tan \theta - 1}{\tan \theta + 1} = \frac{3(4) - 1}{4 + 1} = \frac{11}{5}$$

۵۰

$$\tan \theta < 0, \quad \sin \theta < 0 \rightarrow 270^\circ < \theta < 360^\circ \quad \text{یا} \quad \theta = \text{ربع چهارم}$$

$$\tan \theta = -2 \rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{-2} \rightarrow \boxed{\cot \theta = -\frac{1}{2}}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + (-2)^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 5 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{5} \rightarrow \boxed{\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{5} \rightarrow \sin^2 \theta = \frac{4}{5} \rightarrow \boxed{\sin \theta = \frac{-2}{\sqrt{5}}}$$

۵۱

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{15}{16} \rightarrow \boxed{\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} \rightarrow \tan \alpha = \frac{-1}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} \rightarrow \boxed{\tan \alpha = \frac{-\sqrt{15}}{15}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{1}{4}} \rightarrow \boxed{\cot \alpha = -\sqrt{15}}$$

۵۲

زاویه α نسبت	۰ رادیان = ۰°	$\frac{\pi}{6}$ رادیان = ۳۰°	$\frac{\pi}{4}$ رادیان = ۴۵°	$\frac{\pi}{3}$ رادیان = ۶۰°	$\frac{\pi}{2}$ رادیان = ۹۰°	π رادیان = ۱۸۰°	$\frac{3\pi}{2}$ رادیان = ۲۷۰°	2π رادیان = ۳۶۰°
$\sin \alpha$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱	۰
$\cos \alpha$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰	۱
$\tan \alpha$	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot \alpha$	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

۵۳

چون $\sin x > 0$ و $\cos x < 0$ پس انتهای کمان x در ربع دوم قرار دارد.

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}, \cot x = \frac{1}{\tan x} = -\frac{4}{3}$$

۵۴

$$\sqrt{3} - \left(\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\left(1\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} + 1 = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} + 1 = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{4}} + 1 = \frac{20}{18} + 1 = \frac{10}{9} + 1 = \frac{19}{9}$$

۵۵

$$\begin{aligned} & 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{4} - \alpha\right) \\ &= 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4} + \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) + \sin\left(\pi + \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) \\ &= 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 3 \times 0.8 = 2.4 \end{aligned}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2} + \frac{2\pi}{2}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha$$

$$\rightarrow \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha - \sin \alpha} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{-\cos \alpha}{-2 \sin \alpha} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 6 \rightarrow 2 \tan \alpha = 6 \rightarrow \tan \alpha = 3$$

$$\sin\left(\frac{-179\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{-179\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{179\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{179\pi}{6}\right)$$

$$= -\sin\left(30\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(30\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\left(-\sin \frac{\pi}{6}\right) + \cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

الف

ب

۵۶

۵۷

۵۸

$$\left(\sqrt{3}k \times \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{k}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) + 3\left(\tan \frac{\pi}{3} \cot \frac{\pi}{3}\right)^2 = 0 \Rightarrow k^2 + 4k + 3 = 0 \rightarrow (k+1)(k+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = -3 \end{cases}$$

۵۹

$$\frac{\sin(\cancel{\pi} + \frac{3\pi}{2} + \alpha) + 2 \cos(\cancel{\pi} + \pi - \alpha)}{2 \cos(\cancel{\pi} + \frac{3\pi}{2} + \alpha) - 3 \sin(\cancel{\pi} + \pi + \alpha)} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos \alpha + 2(-\cos \alpha)}{2 \sin \alpha - 3(-\sin \alpha)} = \frac{1}{10} \rightarrow \frac{-3 \cos \alpha}{5 \sin \alpha} = \frac{1}{10} \rightarrow 5 \sin \alpha = -3 \cos \alpha$$

$$\rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-3}{5} \rightarrow \boxed{\tan \alpha = -\frac{3}{5}}$$

۶۰

$$\sin(\alpha - 3\pi) = \sin(\alpha - 3\pi + 4\pi) = \sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha, \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\rightarrow \frac{-2 \sin \alpha + \sin \alpha}{-\cos \alpha} = 2 \rightarrow \frac{-\sin \alpha}{-\cos \alpha} = 2 \rightarrow \boxed{\tan \alpha = 2}$$

۶۱

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{10}} \rightarrow 1 + \tan^2 x = 10 \rightarrow \tan^2 x = 9$$

ناحیه سوم $\rightarrow \boxed{\tan x = 3}, \quad \boxed{\cot x = \frac{1}{3}}$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x = \frac{1}{3}$$

۶۲

$$\frac{\sin 160^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ - (-\cos 20^\circ)}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{\frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ}}{-\frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + \frac{\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ}}$$

$$= \frac{\tan 20^\circ + 1}{-\tan 20^\circ + 1} = \frac{0.36 + 1}{-0.36 + 1} = \frac{1.36}{0.64} = \frac{136}{64} = \frac{17}{8}$$

۶۳

الف) $= -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) - \left(-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \cos \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = -\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{-4\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$

ب) $= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\sqrt{3}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\sqrt{3}\right) = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{2}$

پ) $= \frac{-\tan 45^\circ - 2 \sin 270^\circ}{\cos 360^\circ + \cot 45^\circ} = \frac{-1 - 2(-1)}{1 + 1} = \frac{1}{2}$

ت) $= \frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2 \cos(180^\circ - 60^\circ)}{\tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{2} \cos(180^\circ - 45^\circ)}$

$$= \frac{\sin \frac{\pi}{6} - 2 \cos 60^\circ}{-\tan \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \cos 45^\circ} = \frac{\frac{1}{2} - 2(\frac{1}{2})}{-1 - \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{-1 - 1} = \frac{-\frac{1}{2}}{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{ث)} &= \cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos(\pi - \frac{5\pi}{14}) + \cos(\pi - \frac{3\pi}{14}) = \\ &= \cancel{\cos \frac{3\pi}{14}} + \cancel{\cos \frac{5\pi}{14}} + \cos \frac{7\pi}{14} - \cancel{\cos \frac{5\pi}{14}} - \cancel{\cos \frac{3\pi}{14}} = \cos \frac{7\pi}{14} = \cos \frac{\pi}{2} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} &= \frac{\sin(\pi + \frac{\pi}{6}) \times \cot(180^\circ + 45^\circ) - 3 \cos(180^\circ + 60^\circ) \tan(\pi + \frac{\pi}{6})}{(\tan(\pi + \frac{\pi}{6}))^2 + (\cos(\pi + \frac{\pi}{6}))^2} \\ &= \frac{-\sin \frac{\pi}{6} \times \cot 45^\circ - 3(-\cos 60^\circ) \times \tan \frac{\pi}{6}}{\tan^2(\frac{\pi}{6}) + (-\cos \frac{\pi}{6})^2} = \frac{-\frac{1}{2} \times 1 - 3(-\frac{1}{2})(1)}{(\frac{\sqrt{3}}{3})^2 + (-\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

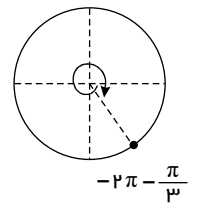
$$\alpha = \frac{-7\pi}{3} = -\left(\frac{6\pi + \pi}{3}\right) = -2\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &< 0 \\ \cos \alpha &> 0 \\ \tan \alpha &< 0 \\ \cot \alpha &< 0 \end{aligned}$$

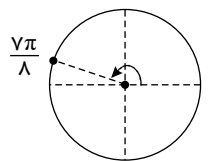
$$\begin{aligned} \beta &= \frac{7\pi}{8} \\ \sin \beta &> 0 \\ \cos \beta &< 0 \\ \tan \beta &< 0 \\ \cot \beta &< 0 \end{aligned}$$

زاویه x	۱۲۰°	۱۳۵°	۱۵۰°	۲۱۰°	۲۲۵°	۲۴۰°	۳۰۰°	۳۳۰°
نسبت								
sin x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
cos x	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tan x	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
cot x	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$

۶۴
الف



ب



۶۵

$$\rightarrow x + 2^\circ + x = 9^\circ + (k \times 36^\circ)$$

$$k = 0 \rightarrow 2x = 7^\circ \rightarrow \boxed{x = 3.5^\circ}$$

$$k = 1 \rightarrow 2x + 2^\circ = 45^\circ \rightarrow 2x = 43^\circ \rightarrow \boxed{x = 21.5^\circ}$$

$$k = 2 \rightarrow 2x + 2^\circ = 81^\circ \rightarrow 2x = 79^\circ \rightarrow x = 39.5^\circ \rightarrow x = 35^\circ \text{ تکراری}$$

۶۷

$$\text{الف) } \sin 84^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 12^\circ) = \sin(12^\circ) = \sin(18^\circ - 6^\circ) = \sin 6^\circ$$

$$\text{ب) } \cos(-324^\circ) = \cos(36^\circ - 324^\circ) = \cos(36^\circ)$$

$$\text{پ) } \tan(-1000^\circ) = \tan(3 \times 360^\circ - 1000^\circ) = \tan 80^\circ$$

$$\text{ت) } \sin 875^\circ = \sin(2 \times 360^\circ + 155^\circ) = \sin 155^\circ$$

۶۸

$$\text{الف) } = \frac{3 \sin(18^\circ - 3^\circ) - \sqrt{2} \cos(\pi + \frac{\pi}{4}) + \cos(36^\circ - 6^\circ)}{-\cot(135^\circ) - \sqrt{3} \tan(\pi - \frac{\pi}{6})}$$

$$= \frac{3 \sin 3^\circ - \sqrt{2}(-\cos \frac{\pi}{4}) + \cos(-6^\circ)}{-\cot(180^\circ - 45^\circ) - \sqrt{3}(-\tan \frac{\pi}{6})} = \frac{3 \sin 3^\circ + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} + \cos 6^\circ}{\cot 45^\circ + \sqrt{3} \tan \frac{\pi}{6}}$$

$$= \frac{3(\frac{1}{2}) + \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}) + \frac{1}{2}}{1 + \sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{3})} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ب) } = \frac{2 \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) \times \tan(\pi + \frac{\pi}{6}) - \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) \times \tan(2\pi - \frac{\pi}{3})}{\cos^2(2\pi - \frac{\pi}{6}) + \cot^2(\pi + \frac{\pi}{3})}$$

$$= \frac{2(-\sin \frac{\pi}{6}) \times \tan(\frac{\pi}{6}) - (-\cos \frac{\pi}{6})(-\tan \frac{\pi}{3})}{\cos^2 \frac{\pi}{6} + \cot^2 \frac{\pi}{3}} = \frac{2(-\frac{1}{2})(1) - (\frac{\sqrt{3}}{2})(\sqrt{3})}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3})^2}$$

$$= \frac{-\frac{2}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{6}} = -\frac{6}{2} = -3$$

$$\text{پ) } 2(-\sin \alpha) + 3 \sin \alpha - 3 \sin \alpha = -2 \sin \alpha + 3 \sin \alpha - 3 \sin \alpha = 2 \sin \alpha$$

$$\text{ت) } = -\cos \alpha - \cancel{\cot \alpha} + 3(-\cos \alpha) + \cancel{\cot \alpha} = -4 \cos \alpha$$

$$\text{ث) } = \sqrt{3} \cot(\cancel{\pi} + \frac{\pi}{3}) + 2 \sin(\cancel{\pi} + \frac{2\pi}{3}) + 2 \cos(\cancel{\pi} - \frac{\pi}{3}) \times \tan(\cancel{\pi} + \frac{2\pi}{3})$$

$$= \sqrt{3} \cot \frac{\pi}{3} + 2 \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2 \cos \frac{\pi}{3} \times \tan(\pi - \frac{\pi}{3})$$

$$= \sqrt{3} \cot \frac{\pi}{3} + 2(\sin \frac{\pi}{3}) + 2 \cos \frac{\pi}{3} \times (-\tan \frac{\pi}{3})$$

$$= \sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{3}) + 2(\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2(\frac{1}{2})(-\sqrt{3}) = 1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad & \frac{\tan(18^\circ - 6^\circ) \cos(18^\circ + 3^\circ) - \sin(18^\circ + 45^\circ) \cos(36^\circ - 45^\circ)}{\cot(18^\circ - 45^\circ) \sin(36^\circ - 3^\circ) - \cos(18^\circ + 6^\circ) \tan(18^\circ + 45^\circ)} \\ &= \frac{-\tan 6^\circ (-\cos 3^\circ) - (-\sin 45^\circ) \cos 45^\circ}{-\cot 45^\circ (-\sin 3^\circ) - (-\cos 6^\circ) \tan 45^\circ} = \frac{(-\sqrt{3})(-\frac{\sqrt{3}}{2}) - (-\frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{\sqrt{2}}{2})}{(-1)(-\frac{1}{2}) - (-\frac{1}{2})(1)} \\ &= \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{1} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad &= 3 \tan(\cancel{\pi} + \frac{5\pi}{6}) - \sin(\cancel{\pi} - \frac{\pi}{4}) + \cos(\cancel{\pi} + \frac{3\pi}{4}) - \cot(\cancel{\pi} + \frac{4\pi}{3}) \\ &= 3 \tan(\pi - \frac{\pi}{6}) - \sin(-\frac{\pi}{4}) + \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) - \cot(\pi + \frac{\pi}{3}) \\ &= 3(-\tan \frac{\pi}{6}) + \sin \frac{\pi}{4} + (-\cos \frac{\pi}{4}) - \cot \frac{\pi}{3} \\ &= 3(-\frac{\sqrt{3}}{3}) + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{4\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad &= 5 \sin^2(\cancel{\pi} - \frac{\pi}{4}) + 2 \tan^2(\pi + \frac{\pi}{3}) + 3 \cos(\cancel{\pi} + \frac{2\pi}{3}) - \cot^2(\pi + \frac{\pi}{6}) \\ &= 5(-\sin \frac{\pi}{4})^2 + 2(\tan \frac{\pi}{3})^2 + 3 \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) - (\cot \frac{\pi}{6})^2 \\ &= 5(-\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 2(\sqrt{3})^2 + 3(-\frac{1}{2}) - (\sqrt{3})^2 \\ &= 5(\frac{1}{2}) + 2(3) - \frac{3}{2} - 3 = \frac{5}{2} + 6 - \frac{3}{2} - 3 = 4 \end{aligned}$$

$$\cos 285^\circ = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin 525^\circ = \sin(\cancel{360^\circ} + 180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, \quad \sin 105^\circ = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} &= \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\cos 15^\circ}{\cos 15^\circ}}{\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} - \frac{\cos 15^\circ}{\cos 15^\circ}} = \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} \\ &= \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{128}{-72} = -\frac{16}{9} \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - (-\frac{2\sqrt{2}}{3})^2$$

$$\rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \xrightarrow{\text{ناحیهی چهارم}} \boxed{\cos \alpha = \frac{1}{3}}$$

$$\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\sin(\pi - x) + \cos(\frac{3\pi}{2} + x) + \sin(\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x) = \sin x + \sin x - \sin x - \sin x = 0$$

۶۹

۷۰

۷۱

۷۲

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta - (-\cos \theta)}{\sin \theta - (-\sin \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\cos \theta}}{\frac{2 \sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{\tan \theta + 1}{2 \tan \theta} = \frac{0.2 + 1}{2(0.2)} = \frac{1.2}{0.4} = \frac{12}{4} = 3$$

الف

$$\tan 135^\circ + \cot 120^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) + \cot(180^\circ - 60^\circ) = -\tan 45^\circ - \cot 60^\circ = -1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ب

$$\cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ) = \cos(210^\circ) + \cot(240^\circ) = \cos(180^\circ + 30^\circ) + \cot(180^\circ + 60^\circ)$$

$$= -\cos 30^\circ + \cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{6}$$

$$\sin 630^\circ + \tan(-540^\circ) = \sin(720^\circ - 90^\circ) + \tan(-360^\circ - 180^\circ)$$

$$= \sin(-90^\circ) + \tan(-180^\circ) = -\sin 90^\circ - \tan 180^\circ = -1 - 0 = -1$$

$$\cos(-720^\circ) + \cot(-600^\circ) + \tan(720^\circ) - \tan(-600^\circ)$$

$$= \cos(-720^\circ + 720^\circ) + \cot(720^\circ - 600^\circ) + \tan(720^\circ + 0^\circ) - \tan(720^\circ - 600^\circ) =$$

$$\cos(0^\circ) + \cot(120^\circ) + \tan(0^\circ) - \tan(120^\circ) =$$

$$\cos(0^\circ) + \cot(180^\circ - 60^\circ) + \tan(0^\circ) - \tan(180^\circ - 60^\circ) =$$

$$\cos(0^\circ) - \cot(60^\circ) + \tan(0^\circ) + \tan(60^\circ) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} + 0 + \sqrt{3} = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin(\frac{25\pi}{3}) - \cos(\frac{23\pi}{4}) = \sin(8\pi + \frac{\pi}{3}) - \cos(6\pi - \frac{\pi}{4})$$

$$= \sin(\frac{\pi}{3}) - \cos(-\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{3}) - \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷۳

پ

ت

ث

ج

$$\frac{\sin \frac{2\pi}{3} - \cos \frac{5\pi}{6}}{\sin(\frac{-2\pi}{3}) + \tan(\frac{-2\pi}{3})} = \frac{\sin(\pi - \frac{\pi}{3}) - \cos(\pi - \frac{\pi}{6})}{\sin(2\pi - \frac{2\pi}{3}) + \tan(2\pi - \frac{2\pi}{3})}$$

$$= \frac{\sin(\pi - \frac{\pi}{3}) - \cos(\pi - \frac{\pi}{6})}{\sin(\pi + \frac{\pi}{6}) + \tan(\pi - \frac{\pi}{3})} = \frac{\sin \frac{\pi}{3} - (-\cos \frac{\pi}{6})}{-\sin \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{-\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$$

۷۴

الف

$$A = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \underbrace{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2}_{\text{صفر}} + \frac{1^2}{-1} = \frac{1}{3} - 1 = \frac{-2}{3}$$

ب

$$B = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 0$$

۷۵

$$\tan\left(\frac{8\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}, \quad \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(66^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cot(-30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$A = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}-1}{2}$$

۷۶ $\sin \frac{5\pi}{4} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos \frac{5\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

۷۷ $x = 35^\circ$

۷۸ روش اول: انتهای کمان 135° در ربع دوم واقع است و $135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$ ، یعنی دو زاویه 135° و 45° مکمل یکدیگرند؛ بنابراین:

$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\cot 135^\circ = \cot(180^\circ - 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$$

روش دوم: اختلاف دو زاویه 135° و 45° برابر 90° است؛ یعنی $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$ بنابراین:

$$\sin 135^\circ = \sin(90^\circ + 45^\circ) = +\cos 45^\circ = +\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(90^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \tan(90^\circ + 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1$$

$$\cot 135^\circ = \cot(90^\circ + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\cos \frac{7\pi}{6} = \cos(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{7\pi}{6} = \tan(\pi + \frac{\pi}{6}) = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot \frac{7\pi}{6} = \cot(\pi + \frac{\pi}{6}) = \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} + a) = \cos a = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\tan(\frac{7\pi}{2} - a) = \tan(3\pi + \frac{\pi}{2} - a) = \tan(\frac{\pi}{2} - a) = \cot a = \frac{\cos a}{\sin a} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$-\cot \frac{\pi}{3} \times \cos \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{\cos 90^\circ - \sin 270^\circ}{-\sin 180^\circ - \cos 360^\circ} = \frac{0 - (-1)}{0 - 1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$-\cot \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \cos 45^\circ \times \cos 60^\circ + (-\sin 45^\circ) \times (-\sin 60^\circ) &= \cos 45^\circ \times \cos 60^\circ + \sin 45^\circ \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

۷۹

۸۰

۸۱

الف

ب

ج

د

$$75^\circ \Rightarrow 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$-25^\circ \Rightarrow 180^\circ - (-25^\circ) = 205^\circ$$

$$\text{رادیان } \frac{\pi}{12} \Rightarrow \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$$

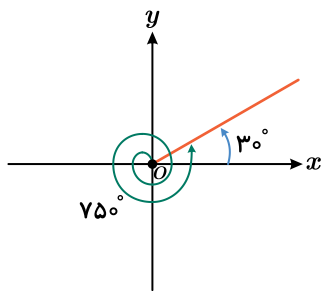
$$\text{رادیان } \frac{-\pi}{4} \Rightarrow \pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\pi}{4}$$

$$\sin \frac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

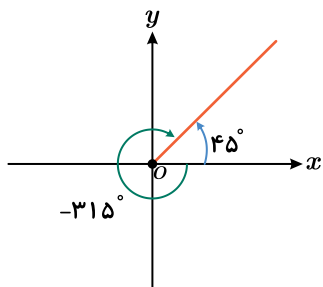
$$\cos \frac{5\pi}{6} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{5\pi}{6} = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

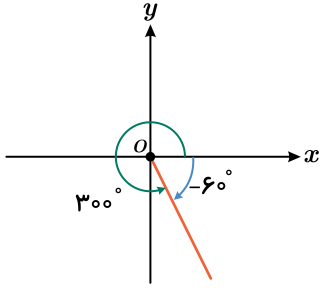
$$\cot \frac{5\pi}{6} = \cot\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$$



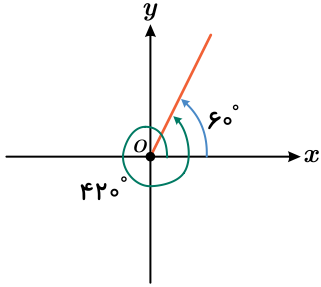
$$\sin 75^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2}$$



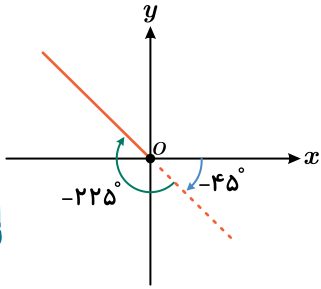
$$\begin{aligned} \tan(-315^\circ) &= -\tan(315^\circ) = -\tan(36^\circ - 45^\circ) = -\tan(-45^\circ) \\ &= -(-\tan 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1 \end{aligned}$$



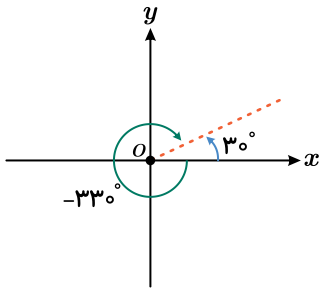
$$\cos 300^\circ = \cos(360^\circ - 60^\circ) = \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$



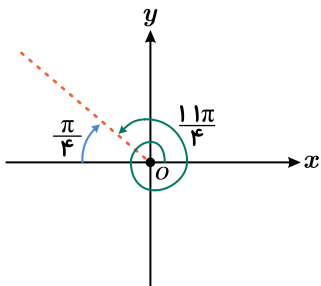
$$\sin 42^\circ = \sin(36^\circ + 6^\circ) = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\tan(-225^\circ) = -\tan 225^\circ = -\tan(180^\circ + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$



$$\cot(-33^\circ) = -\cot 33^\circ = -\cot(36^\circ - 3^\circ) = \cot 3^\circ = \sqrt{3}$$



$$\sin \frac{11\pi}{4} = \sin(3\pi - \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

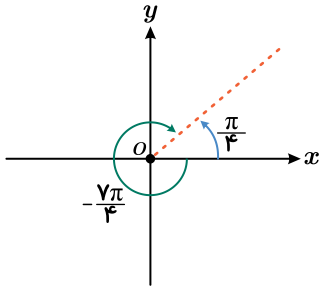
ت

ث

ج

چ

ح



$$\cos\left(\frac{-7\pi}{4}\right) = \cos \frac{7\pi}{4} = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

الف نادرست

الف

الف

$$A = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ب

$$B = \tan(3 \times 180^\circ + 60^\circ) + 2 \cos(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ - 2 \cos 60^\circ = \sqrt{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - 1$$

الف

$$\sin(180^\circ + 30^\circ) + \tan(180^\circ - 60^\circ) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} + (-\sqrt{3}) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{-1 - 2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$$

الف

$$\begin{aligned} \sin 390^\circ + \tan 135^\circ + \cos \frac{23\pi}{4} &= \sin(360^\circ + 30^\circ) + \tan(180^\circ - 45^\circ) + \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \sin 30^\circ - \tan 45^\circ + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

الف

$$\begin{aligned} \cos(2 \times 180^\circ + 30^\circ) + \tan(3 \times 180^\circ + 60^\circ) - \sin(2 \times 180^\circ - 30^\circ) &= \cos(30^\circ) + \tan(60^\circ) + \sin(30^\circ) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3} + 1}{2} \end{aligned}$$

الف

$$A = \sin(90^\circ + 30^\circ) - \cos(180^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ - (-\cos 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

الف

$$\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{6} - \tan \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = 0$$

الف

$$-1 \leq \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \leq 1 \xrightarrow{\times(-2)} 2 \geq -2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \geq -2 \xrightarrow{+2}$$

$$5 \geq -2 \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + 3 \geq 1 \rightarrow 5 \geq y \geq 1$$

$y_{\max} = 5$

$y_{\min} = 1$

۹۳

الف) $-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times 3} -3 \leq 3 \sin x \leq 3 \xrightarrow{-1} -4 \leq 3 \sin x - 1 \leq 2$

$\rightarrow -4 \leq y \leq 2 \rightarrow R_y = [-4, 2]$

ب) $-1 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{\times (-4)} 4 \geq -4 \cos x \geq -4 \xrightarrow{+2} 6 \geq 2 - 4 \cos x \geq -2$

$\rightarrow 6 \geq y \geq -2 \rightarrow R_f = [-2, 6]$

پ) $-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \xrightarrow{\times 3} 0 \leq 3 \sin^2 x \leq 3$

$\xrightarrow{-2} -2 \leq 3 \sin^2 x - 2 \leq 1 \rightarrow -2 \leq y \leq 1 \rightarrow R_h = [-2, 1]$

ت) $-1 \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \xrightarrow{\times (-2)} 2 \geq -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -2 \xrightarrow{+1}$

$3 \geq 1 - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -1 \rightarrow 3 \geq y \geq -1 \rightarrow R_y = [-1, 3]$

۹۴

الف) $\begin{cases} y_1 = \sin(4\pi - x) = \sin(-x) = -\sin x \\ y_2 = \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_1 \neq y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق نیستند}$

ب) $\begin{cases} y_1 = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x \\ y_2 = \cos(\pi - x) = -\cos x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$

پ) $\begin{cases} y_1 = \sin(\pi - x) = \sin x \\ y_2 = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x \end{cases} \rightarrow y_1 \neq y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق نیستند}$

۹۵

الف) طبق شکل دوره تناوب برابر $T = \pi$ است. با در نظر گرفتن شکل کلی تابع به صورت $y = a \sin bx$ داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2$$

با در نظر گرفتن $b = \pm 2$ ، طبق شکل $a = \pm 3$ خواهد بود.

$y = 3 \sin(2x) \quad (1)$

در حالت کلی برای توابع به صورت $y = a \sin bx$ ، $ab > 0$ و برای $ab < 0$ اگر در این سؤال $b = -2$ را در نظر بگیریم، برای a نیز داریم:

بنابراین: $a = -3$ $(2) \quad y = -3 \sin(-2x)$ که هر دو جواب یعنی معادلات (1) و (2) قابل قبول اند.

ب) طبق شکل دوره تناوب برابر $T = 2\pi$ است. با در نظر گرفتن شکل کلی تابع به صورت $y = a \cos bx$ داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \rightarrow |b| = 1 \rightarrow b = \pm 1$$

هر دو قابل قبول اند.

از طرفی از روی نمودار داریم: $a = 2$ ، بنابراین: $y = 2 \cos x$

اگر شکل به صورت  باشد، مقدار a برابر ۲- خواهد بود.

پ طبق شکل، دوره تناوب برابر $T = \frac{\pi}{2}$ است.

$$T = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2$$

با در نظر گرفتن $b = +2$ طبق شکل برای a داریم: $a = -2$.

اگر $b = -2$ را در نظر بگیریم، برای a داریم: $a = 2$.

$$y = -2 \sin 2x \quad y = 2 \sin(-2x)$$

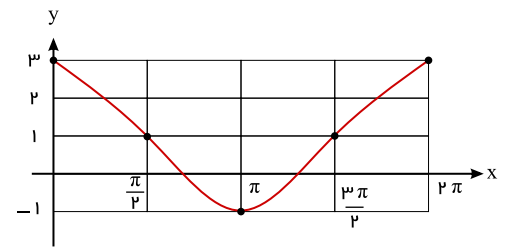
۹۶ الف - درست، برای رسم نمودار $y = \frac{1}{3} \sin x$ کافی است برد نمودار $y = \sin x$ را در $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم.

ب - درست، برای رسم نمودار $y = \cos x - \frac{1}{3}$ کافی است نمودار $y = \cos x$ را $\frac{1}{3}$ واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

پ - نادرست، برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + \sin x$ کافی است نمودار تابع سینوس را به اندازه یک واحد به موازات محور y ها انتقال دهیم.
ت - درست

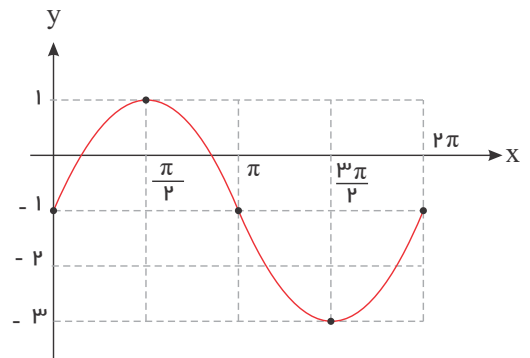
۹۷ الف)

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	۱	۰	-۱	۰	۱
$2 \cos x + 1$	۳	۱	-۱	۱	۳



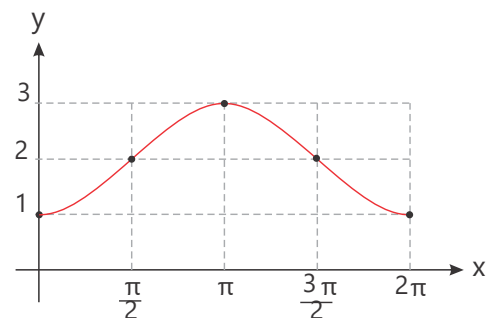
ب)

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	۰	۱	۰	-۱	۰
$2 \sin x - 1$	-۱	۱	-۱	-۳	-۱



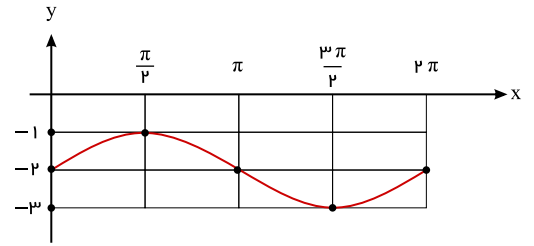
پ)

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	۱	۰	-۱	۰	۱
$2 - \cos x$	۱	۲	۳	۲	۱



ت)

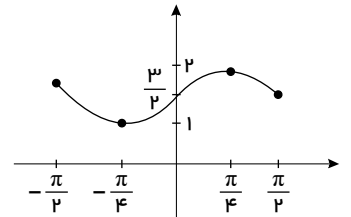
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$\sin x - 2$	-2	-1	-2	-3	-2



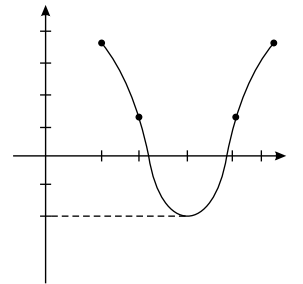
۹۸

الف

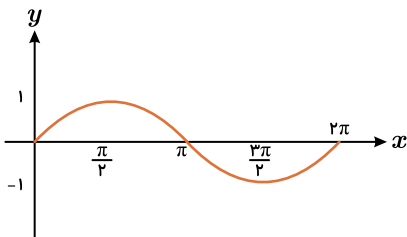
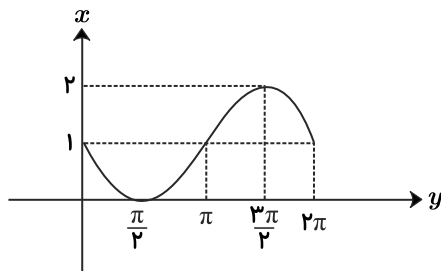
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$
y	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$



ب

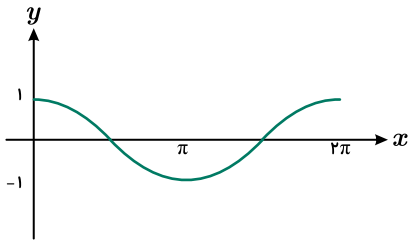


۹۹

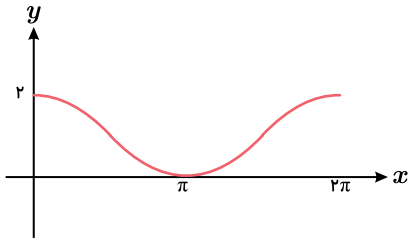


۱۰۰

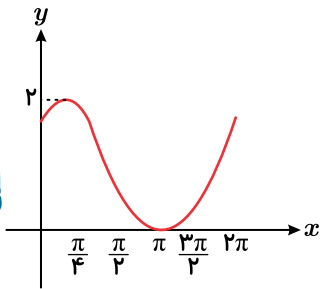
مرحله اول $y = \sin(x)$



مرحله دوم $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$



مرحله سوم $y = 1 + \sin(x + \frac{\pi}{2})$



۱۰۱

۱۰۲ نمودار تابع (۱) شکل (الف) است. نمودار تابع (۲) شکل (ب) است.

نمودار تابع (۳) شکل (ب) است. نمودار تابع (۴) شکل (ت) است.

۱۰۳ ضابطه هر یک از توابع (الف) و (ب) را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} y &= 2 \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - 1 = 2 \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) - 1 \\ &= 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 1 = -2 \sin x - 1 \end{aligned}$$

پس نمودار تابع $y = 2 \sin x - 1$ بر نمودار تابع $y = -2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 1$ یعنی نمودار قسمت (ب) منطبق است.

۱۰۴

الف

$$\begin{cases} y_1 = \sin x \\ y_2 = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

$$\begin{cases} y_1 = \cos x \\ y_2 = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

$$\begin{cases} y_1 = \cos x \\ y_2 = \cos(2\pi - x) = \cos(-x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

ب

پ

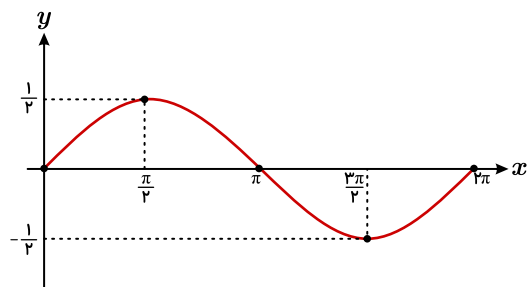
ت

$$\begin{cases} y_1 = \sin x \\ y_2 = \sin(\pi - x) = \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

۱۰۵

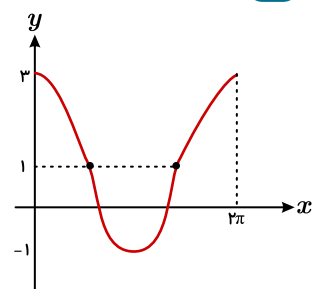
الف

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	۰	۱	۰	-۱	۰
$\frac{1}{2}\sin x$	۰	$\frac{1}{2}$	۰	$-\frac{1}{2}$	۰



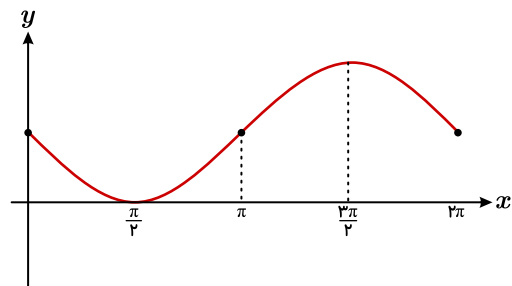
ب

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	۱	۰	-۱	۰	۱
$2\cos x + 1$	۳	۱	-۱	۱	۳



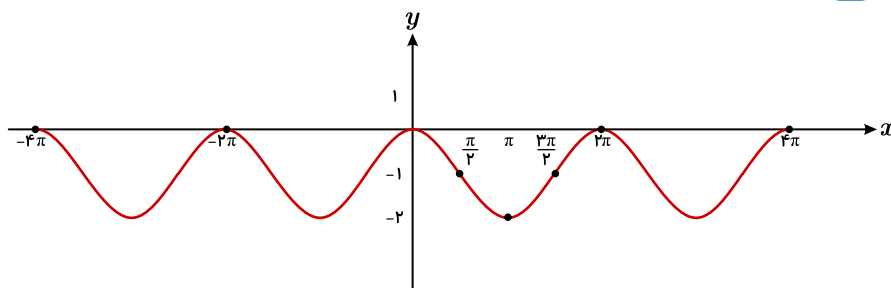
پ

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	۰	۱	۰	-۱	۰
$1 - \sin x$	۱	۰	۱	۲	۱



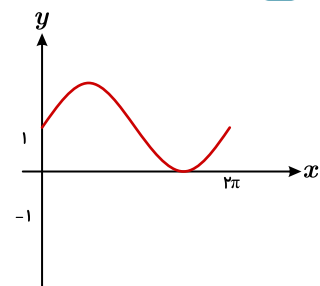
ت

x	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	۱	۰	-۱	۰	۱
$\cos x - 1$	۰	-۱	-۲	-۱	۰



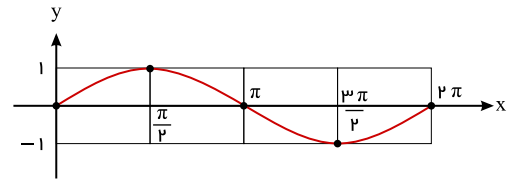
ث

x	۰	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\sin(x + \frac{\pi}{4})$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۱	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۰	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$1 + \sin(x + \frac{\pi}{4})$	$1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$	۲	$1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$	۱	$1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$



ج

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$x - \frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos(x - \frac{\pi}{2})$	0	1	0	-1	0



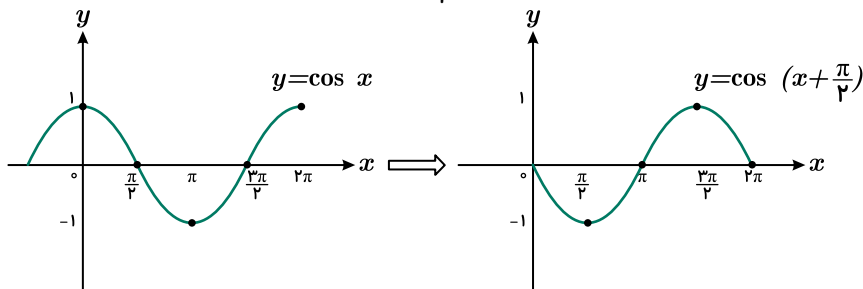
۱۰۶

الف یک

۱۰۷

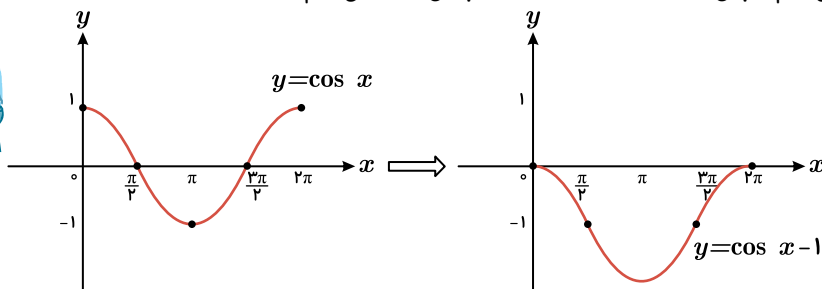
الف

برای رسم $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ ابتدا نمودار تابع $y = \cos x$ را رسم می‌کنیم سپس آن را به اندازه $\frac{\pi}{2}$ به سمت چپ منتقل می‌کنیم:



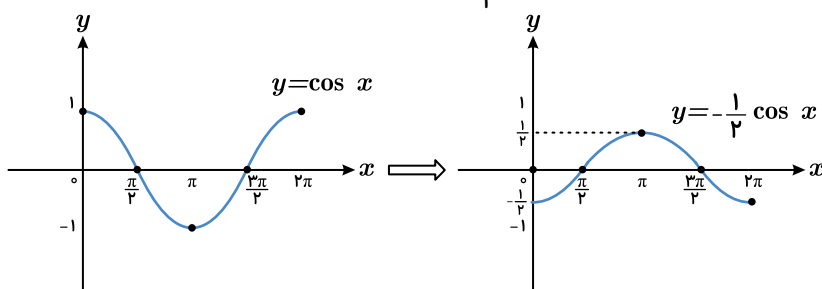
ب

برای رسم $y = \cos x - 1$ ابتدا $y = \cos x$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را به اندازه یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم.

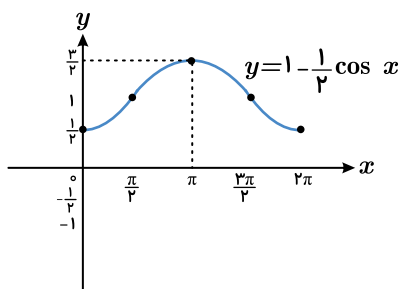


پ

برای رسم $y = 1 - \frac{1}{2} \cos x$ ابتدا نمودار $y = \cos x$ را رسم می‌کنیم، سپس نمودار $y = -\frac{1}{2} \cos x$ را رسم می‌کنیم.

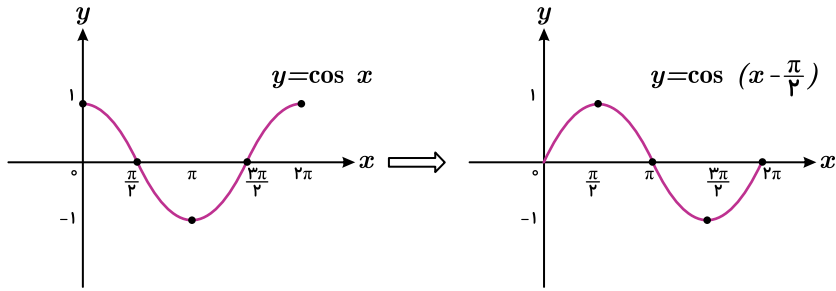


در ادامه نمودار به دست آمده را به اندازه یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم.

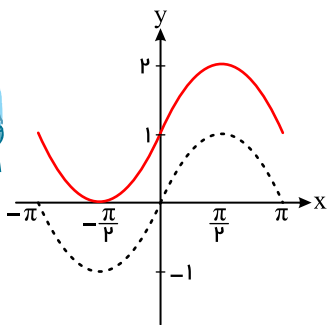
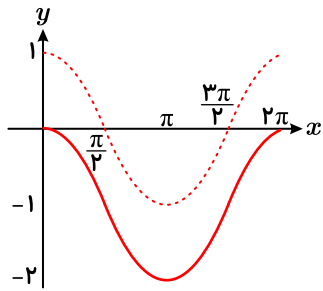


ت

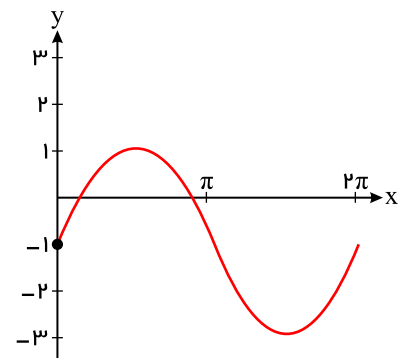
برای رسم $y = \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 1$ ابتدا نمودار $y = \cos x$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را به اندازه $\frac{\pi}{2}$ به راست منتقل می‌کنیم.



۱۰۸
الف درست
۱۰۹



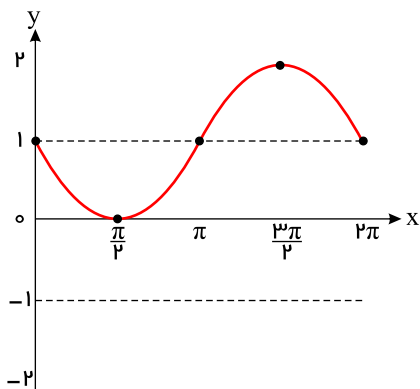
۱۱۰



۱۱۱ الف

۱۱۲

ب) $R = [-3, 1]$



مقدار مینیمم = ۰

مقدار ماکسیمم = ۲

۱۱۳

